Rallye mathématique de l'IREM Paris Nord

Présentation

Depuis 1998, l'IREM de Paris Nord organise un rallye mathématique qui est un concours pour une classe entière, soit de CM2 soit de 6^{e} soit deux groupes mixtes CM2/6^{e} pour l'Académie de Créteil. Ce rallye a pour objectifs d'inciter les enseignants à proposer des problèmes ouverts et ludiques à leurs élèves, à encourager la coopération entre élèves et à promouvoir la liaison école-collège.

En 2017, 250 classes ont participé. En 2018, les épreuves ont occupé 345 classes soit plus de 8 000 élèves dont la moitié en groupes mixtes. Quelques classes CM1/CM2 ont également participé nous incitant à étendre dès 2019 le rallye pour l'ensemble du cycle 3.

Le rallye étant un concours s'effectuant en classe entière, l'organisation des élèves prend une place prépondérante dans la réussite de l'épreuve. Un travail préparatoire est donc nécessaire afin que les élèves s'entendent sur une manière efficace de fonctionner ensemble. Il s'agit donc non seulement de faire vivre les mathématiques autrement mais aussi de développer l'entraide, l'action collective et les responsabilités de chacun.

Pour aider cette préparation, le groupe rallye a créé une nouvelle rubrique sur le site de l'IREM regroupant les 191 épreuves des archives du rallye classées par catégorie, par temps estimé pour les réaliser et par type de support. Ces épreuves sont accompagnées de leurs solutions et certaines sont analysées.

La préparation du rallye est également devenue un cadre privilégié de liaison école/collège et une formation de proximité est proposée depuis 2017 au Plan de Formation Académique de Créteil.

Organisation

Elle se fait en trois temps ponctués par trois gazettes.

1. Les inscriptions se font en ligne sur le site de l'IREM Paris-Nord et s'ouvrent chaque année à la fin du mois de septembre avec la parution d'une première « gazette » qui détaille les modalités de participation.

2. Pour aider la classe à la préparation du rallye, une sélection d'épreuves provenant d'autres rallyes mathématiques est proposée, comme entrainement, dans un nouveau numéro de la gazette paraissant au mois de décembre.

   Certains enseignants inscrivent chaque année leurs classes et intègrent le rallye dans leur pratique pédagogique. Ils préparent celles-ci en vue des épreuves en proposant régulièrement des problèmes ouverts et entrainent leurs élèves en travaillant sur les sujets des éditions précédentes. Un compte-rendu très détaillé, accessible en ligne, de Caroline Mathias sur le travail de sa classe durant l'année, illustre à merveille ce que l'on peut réaliser en classe en s'appuyant sur ce concours.

3. L'épreuve se déroule pendant la semaine des mathématiques. La dernière gazette contenant le corrigé est disponible ensuite très rapidement.

Chaque classe reçoit ensuite, entre mai et juin, un diplôme la classant dans sa catégorie.

Épreuves

Le rallye se déroule au mois de mars, pendant la semaine des mathématiques. Les classes ont une heure pour répondre aux dix épreuves proposées.

Contacts

Le rallye est conçu et organisé par des membres du groupe collège de l'IREM Paris Nord : Erwan Adam, Frédéric Clerc, Stéphan Petitjean et Salvatore Tummarello sous la direction de Sylviane Schwer, et la formation par Caroline Matthias.

Les informations concernant le rallye et les annales de toutes les éditions depuis 1998 sont disponibles sur le site internet de l'IREM Paris Nord.

www-irem.univ-paris13.fr

Pour tout renseignement supplémentaire :

@ irem@math.univ-paris13.fr

Remarques préliminaires

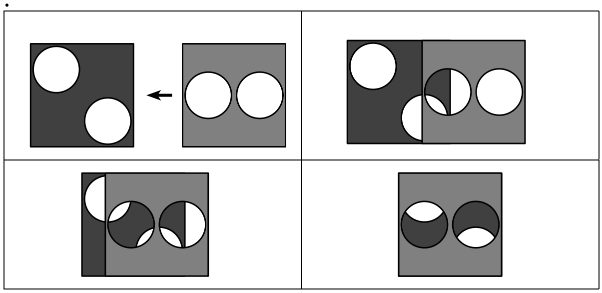
Les activités choisies pour le rallye sont des problèmes ouverts qui font la part belle aux manipulations, aux essais, aux raisonnements, aux échanges entre pairs et qui ont, si possible, une certaine esthétique. La pensée algorithmique est très présente. La variété, la difficulté des tâches et leur durée, l'obligation de ne rendre qu'une seule copie par classe nécessitent une organisation minutieuse de la classe, tout en permettant la participation de toutes et de tous : se regrouper par compétences complémentaires permet de faire de belles découvertes.

On retrouve naturellement ces activités dans les préparations aux rallyes suivants, mais aussi comme support de différentiation, dans les *défis* que les conseillers pédagogiques organisent dans les circonscriptions. Ces activités sont également très appréciées par le grand public et les élèves plus âgés sous la forme d'énigmes qui sont proposées sur le stand « Laga/IREM/ScienceOuverte » de Savante Banlieue organisée par Plaine Commune sur le campus de l'université Paris 13, lors de la semaine des sciences.

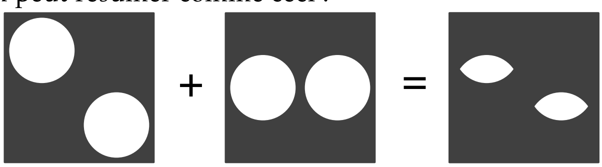
Épreuve 8 (rallye 2018)

Énoncé

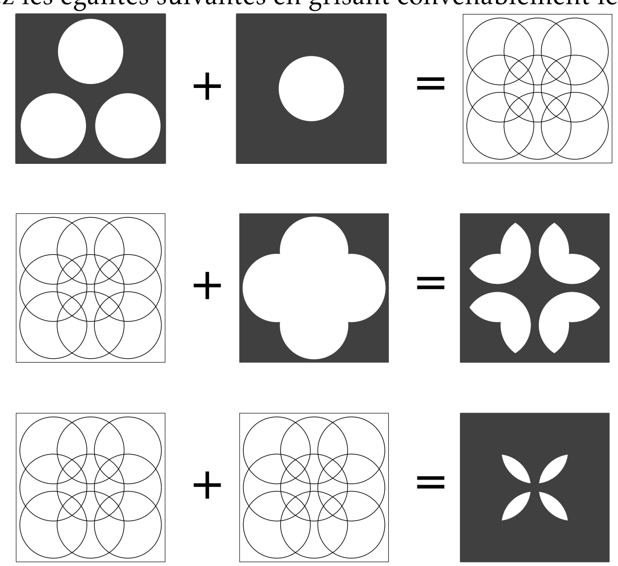
On dispose de cartes perforées que l'on peut superposer comme illustré ci-dessous :



Ce que l'on peut résumer comme ceci :

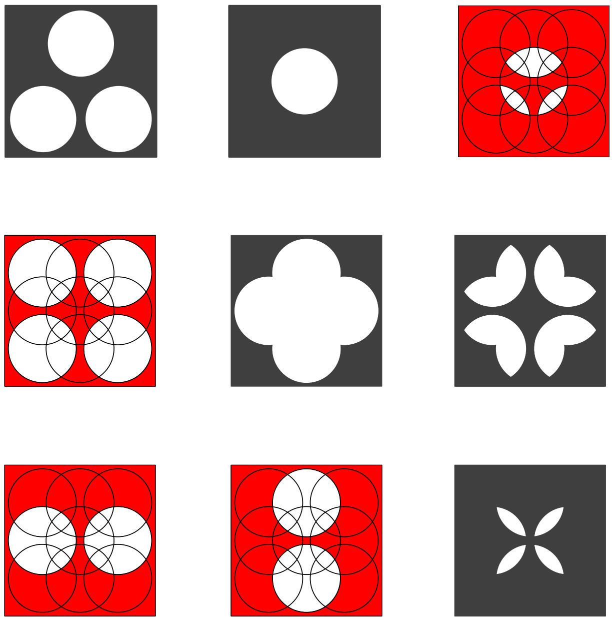


Complétez les égalités suivantes en grisant convenablement les cartes :



NB : Les cartes sont perforées avec un poinçon qui fait des trous circulaires.

Solution



Analyse

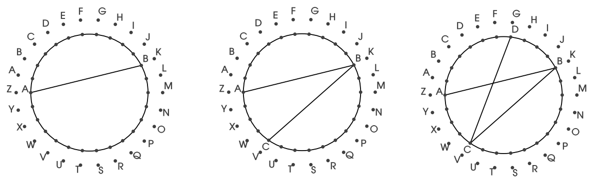
Cette épreuve a posé plus de difficultés que nous ne l'avions prévu, sans doute à cause d'une ambiguïté de la consigne originale qui omettait de préciser que les trous étaient circulaires, ce qui nous a valu quelques réponses triviales. Mais nous avons aussi reçu de nombreuses réponses aberrantes (45%), ce qui montre que les problèmes d'intersections peuvent être posés avec profit au cycle 3. Le problème mêlait en fait toutes les notions de théorie élémentaire des ensembles : l'intersection bien sûr, mais aussi la réunion et le complémentaire. En effet, la solution cherchée était l'intersection de deux réunions de disques et chaque carte perforée pouvait être vue comme le complémentaire dans un carré d'une réunion de disques. Sans entrer dans cette formalisation en cycle 3, on peut proposer ce problème pour faire travailler l'imagination préalable à l'abstraction : on demandait finalement de déplacer un objet par la pensée. Peut-être la construction et la manipulation préalable de véritables cartes perforées améliorerait-elle les performances des élèves dans la visualisation des intersections d'ensembles ? On peut espérer qu'un tel travail puisse avoir des effets positifs sur la compréhension de propositions logiques mêlant négation, conjonction et disjonction.

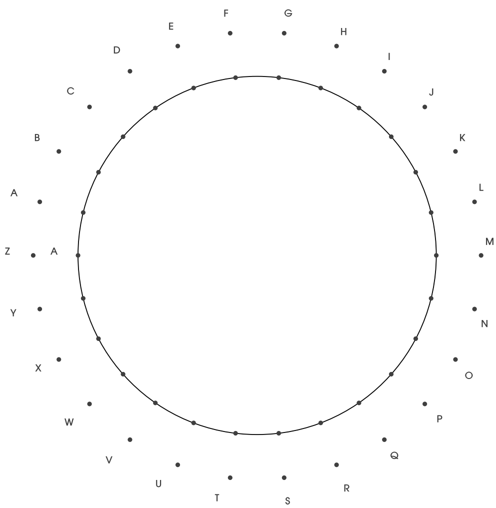
Épreuve 8 (rallye 2016)

Énoncé

On a retrouvé ce message ainsi que quelques mystérieux dessins.

IZE AXLAZAJP, VRPZE M'D VXBIERMGEZ EJRM !





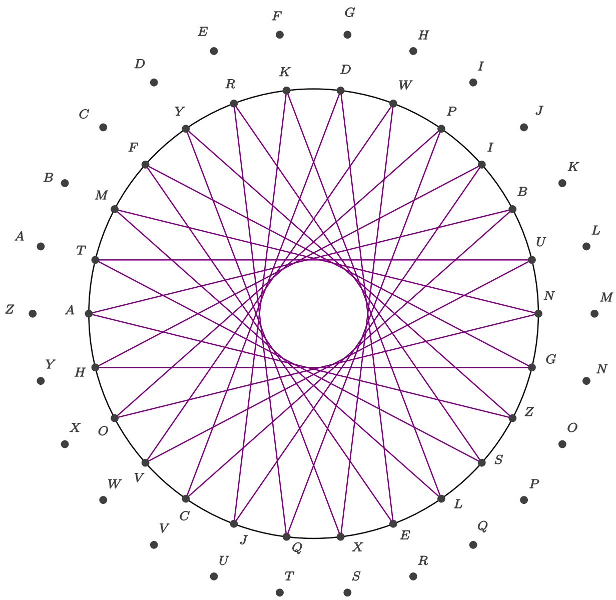
Décodez le message.

Solution

« PAR TOUTATIS, CESAR N'Y COMPRENDRA RIEN ! »

Analyse

Dans cette épreuve, il fallait deviner que les premiers dessins étaient le début d'une suite à continuer pour obtenir une correspondance entre les lettres de l'alphabet. L'algorithme était assez simple : il fallait relier le dernier point atteint au onzième point rencontré en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre et écrire les lettres de l'alphabet dans l'ordre. On obtenait ce dessin :



Certains groupes ont hésité, dans leur décompte de points, à compter ceux qui étaient déjà atteints par un segment : cette hésitation était légitime mais cette méthode ne donnait rien ici.

Le code à trouver était un code affine, c'est-à-dire une généralisation du code employé par César qui consistait à opérer un simple décalage sur les lettres de l'alphabet. Plus précisément, l'application de chiffrement était

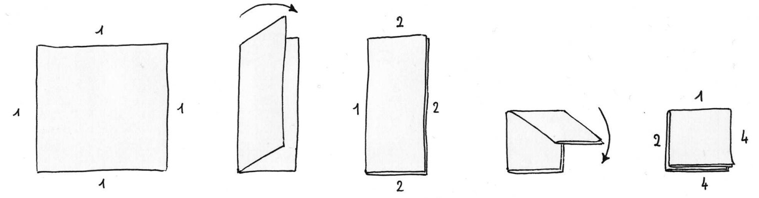
$$\left\{ \begin{array}{rcl} \mathbb{Z}/26\mathbb{Z} & \to & \mathbb{Z}/26\mathbb{Z} \\ x & \mapsto & 11x-1 \end{array} \right.$$

La pauvreté de la consigne encourageait les recherches tous azimuts. C'est d'ailleurs souvent une piste intéressante à explorer que de débarrasser les problèmes de leur consigne, quand c'est possible : l'activité qui consiste à se poser des questions n'est-elle pas éminemment mathématique ?

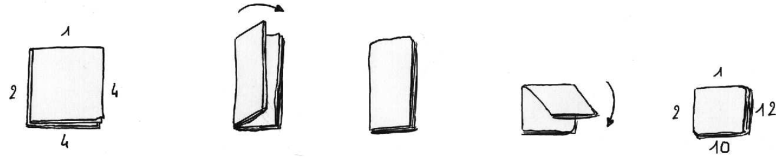
Épreuve 2 (rallye 2016)

Énoncé

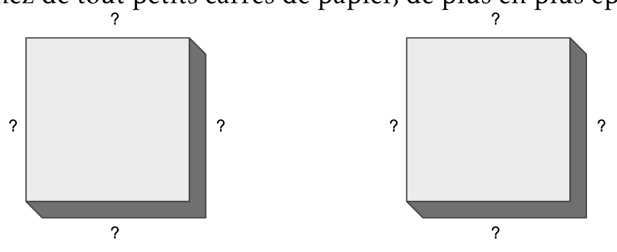
Prenez un carré de papier et pliez-le en quatre une première fois, comme sur l'illustration :



Vous pouvez voir que les côtés du petit carré obtenu ne présentent pas tous le même nombre de bords de papier. Recommencez l'opération une deuxième fois : sans tourner le carré obtenu, pliez-le encore en quatre de la même façon, en rabattant la partie gauche vers la droite puis la partie haute vers le bas.

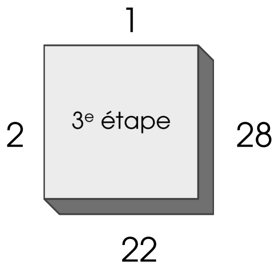


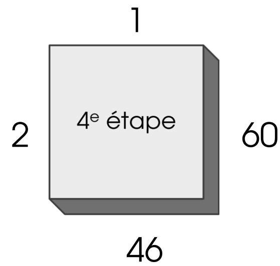
Si vous recommencez l'opération une troisième puis une quatrième fois, vous obtenez de tout petits carrés de papier, de plus en plus épais !



Combien de bords comportent les côtés du tout petit carré obtenu à la fin de la troisième étape ? À la fin de la quatrième étape ?

Solution



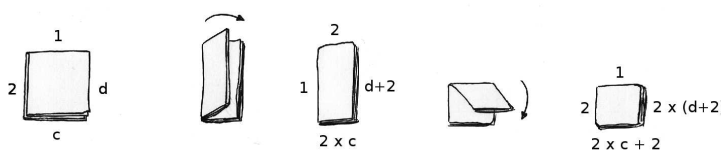


Analyse

Pour résoudre ce problème, le pliage des premières étapes était évidemment un aide, mais il était illusoire d'aller ainsi jusqu'à la quatrième étape. Il fallait alors trouver un moyen de *calculer* les nombres de bords de la troisième puis de la quatrième étape, en réalisant les pliages *mentalement*.

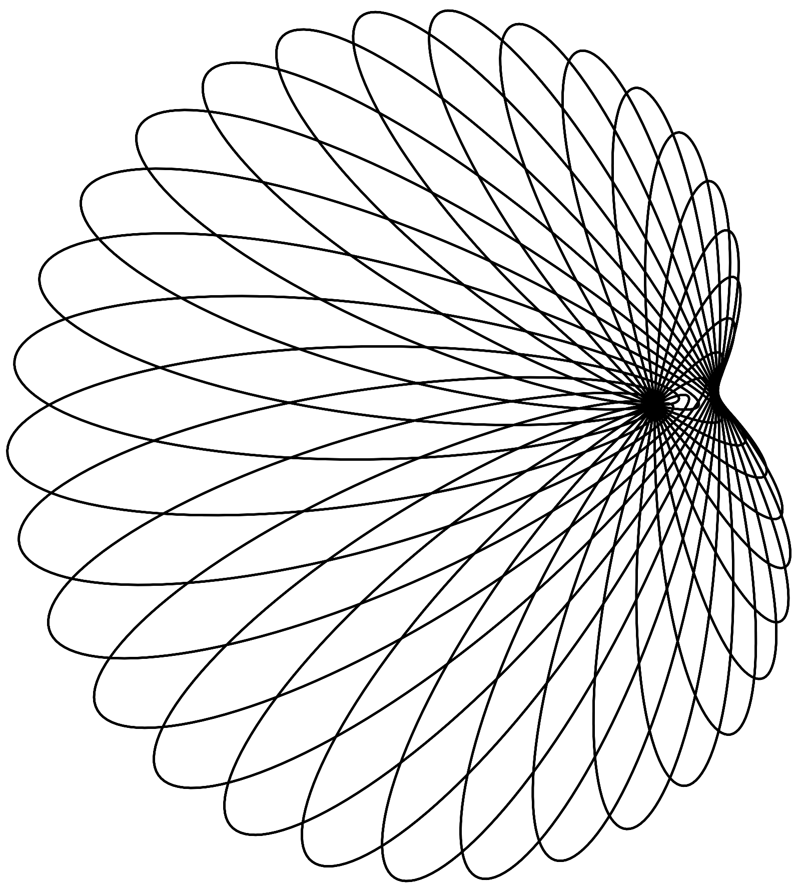
Un premier constat a été très largement fait par les élèves : les deux premiers côtés du carré comportent toujours 1 et 2 bords respectivement. Restent deux nombres à trouver.

Le schéma suivant résume les raisonnements qui ont pu être faits. Nous avons utilisé deux variables c et d :



On avait ainsi un moyen de déterminer de proche en proche les nombres de bords à chaque étape.

Ce problème est une excellente occasion de parler de priorités de calcul : les deux expressions qui apparaissent ne diffèrent que par les parenthèses. Il peut en outre être une motivation pour introduire des variables à partir de la sixième et, pour les plus grands, de rencontrer deux exemples de suites arithmético-géométriques.



$$\begin{cases} x(t) &= 100\cos(-50t) - 100\cos(-8t+101) + 82\cos(42t-169) \\ y(t) &= 100\sin(-50t) - 100\sin(-8t+101) + 82\sin(42t-169) \end{cases}$$