Rallye Mathématique d'Aquitaine - IREM d'Aquitaine

Présentation

Historique

Cette manifestation, placée sous la haute autorité de M. le Recteur depuis sa naissance en 1991, s'adresse à tous les élèves de 3e, seconde générale et seconde professionnelle des départements de la Dordogne, de la Gironde, des Landes, du Lot et Garonne et des Pyrénées Atlantiques.

Elle ouvre les frontières :

- entre les élèves d'une même classe,
- entre l'enseignement général et l'enseignement professionnel.

Elle reçoit, depuis sa création, le soutien de l'Inspection Pédagogique Régionale et de l'Inspection Générale. Elle a la reconnaissance et l'appui des Conseils Départementaux.

Présentation

Les thèmes des problèmes choisis essayent de tenir compte des thèmes des semaines des mathématiques, ainsi en 2018 le thème était *Mathématiques et Mouvement*.

L'idée est de diversifier les problèmes, ceux qui font appel à de la logique de ceux qui font réellement appel à des notions mathématiques.

Des problèmes peuvent être réinvestis par les professeurs de mathématiques, notamment ceux qui font appel à des notions mathématiques des différents référentiels. Ils peuvent proposer ces problèmes en travail de groupes ou comme application d'une notion.

Modalités

L'épreuve, qui se déroule dans les établissements des élèves et qui dure 75 minutes, consiste en une palette de 12 problèmes originaux proposés à l'ensemble des classes qui participent :

- les problèmes ne rapportent pas tous le même nombre de points ;

— les élèves doivent mettre en place une stratégie de choix des problèmes traités puisqu'un problème faux fera perdre des points ;
— les classes devront proposer des solutions pour au moins sept problèmes parmi les douze. Parmi ces sept problèmes, elles devront choisir un joker qui double les points.

Les élèves d'une même classe s'organisent par groupes de trois ou quatre. Chaque groupe commence par rechercher un problème différent parmi les douze proposés. Au sein de chaque groupe, il y a un échange d'idées, de façon de faire (logique, tâtonnement, raisonnement mathématique). Des synthèses se font dans les groupes et entre les groupes : communication entre tous les élèves sur le choix des problèmes à remplir dans l'unique dossier réponse et sur le choix du joker.

Une rotation de professeurs est organisée sous couvert de l'Inspecteur d'Académie de chaque département pour effectuer la surveillance.

235 classes ont participé le lundi 12 mars 2018 à l'épreuve du Rallye, ce qui a représenté un total de 6 527 élèves. La répartition était la suivante : 135 classes de Collège, 79 classes de Lycée Généraux et Technologiques et 21 classes de LP.

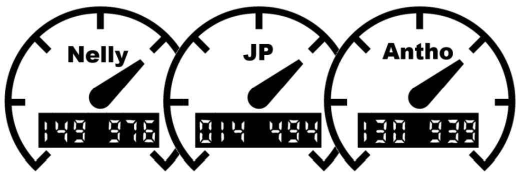
Contacts :

🖂 IREM d'Aquitaine
Site Lamartine
40 rue Lamartine
33400 TALENCE
@ irem.aquitaine@u-bordeaux.fr
@ rallyemath.33@orange.fr
🌐 www.rallye-math-aquitaine.com

S.O.S. Radar (Énigme 3 - sujet 2018)

Énoncé

En partant, Nelly, JP et Antho relèvent leur compteur kilométrique.



Nelly pourra observer le 1er palindrome sur son compteur au bout de 20 min. JP observera le sien au bout d'une heure et Antho, lui, l'observera au bout d'une heure et demie.
Qui roule en ville ? Sur une autoroute ? Sur un circuit ?

- **Notions abordées**
  Diviseurs d'un nombre.

- **Compétences sollicitées**
  Raisonner, calculer, contrôler.

Solution

Un palindrome est une suite de caractères (lettres, mots, chiffres...) que l'on peut lire indifféremment de droite à gauche ou de gauche à droite.

Exemple : « engagelejeuquejelegagne »

$$v = \frac{d}{t}$$

	Nelly	JP	Anthony
Compteur	149 976	14 494	130 939
1^{er} palindrome	150 051	14 541	131 131
Distance d (en km)	75	47	192
Temps t (en h)	$\frac{1}{3}$	1	1,5
Vitesse v (en km/h)	225	47	128

Compte tenu des vitesses calculées, Nelly est sur un circuit, Anthony sur autoroute et JP en ville.

Les foulées d'Usain (Énigme 7 - sujet 2018)

Énoncé

Sur la piste d'athlétisme, Christophe a 30 foulées d'avance sur Usain. Or, 4 foulées de Christophe valent 3 foulées d'Usain en longueur, et pendant qu'Usain fait 9 foulées, Christophe en fait 10.
En combien de foulées Usain rattrapera-t-il Christophe ?

► **Notions abordées**
Proportionnalité, équations.

► **Compétences sollicitées**
Modéliser, calculer.

Solution

Usain va rattraper Christophe. Pour cela, il va effectuer k' foulées pendant que Christophe en fera k.

Cela signifie que, pour une longueur donnée, k' foulées d'Usain équivalent à $k+30$ foulées de Christophe.

Cela signifie que, pour un temps donné, k' foulées d'Usain équivalent à k foulées de Christophe.

D'où les deux tableaux de proportionnalité suivants :

Usain	k'	3
Christophe	$k+30$	4

Usain	k'	9
Christophe	k	10

D'où les deux équations suivantes : $3(k+30) = 4k'$ et $9k = 10k'$
donc $9k + 270 = 12k'$ et $9k = 10k'$
donc $10k' + 270 = 12k'$
donc $2k' = 270$
donc $k' = 135$.

Usain doit faire 135 foulées pour rattraper Christophe.

► **Autre solution**

On sait que 4 foulées de Christophe (f_C) valent 3 foulées d'Usain (f_U) soit $4 \times f_C = 3 \times f_U$.

D'où $9 \times f_U = 12 \times f_C$.

Quand Usain effectue 9 foulées ($9f_U = 12f_C$), Christophe en fait 10 ($10f_C$).

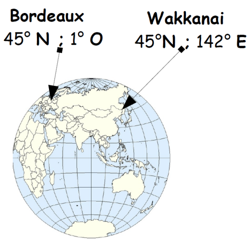
Après 9 foulées d'Usain, l'écart entre les deux coureurs est réduit de $2f_C$. Christophe avait 30 foulées d'avance. Pour réduire l'écart de $30f_C$, il suffit de répéter 15 fois une réduction de $2f_C$. Usain doit effectuer 15 fois 9 foulées.

$15 \times 9 = 135$

Usain le rattrape en 135 foulées.

Pigeon vole (Énigme 9 - sujet 2018)

Énoncé



Amélie est au Japon pour une année.
Elle est partie étudier la robotique dans le cadre d'un projet Erasmus...

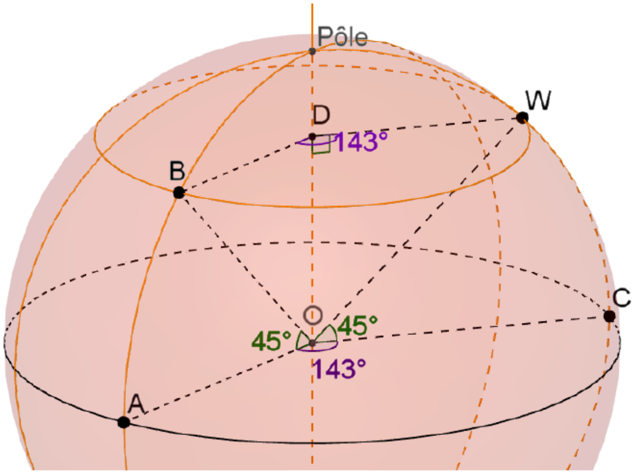
Elle décide de faire parvenir un message à sa sœur. Son fidèle pigeon Léon prend son envol de Wakkanai et garde la direction de l'Ouest jusqu'à Bordeaux. Léon arrive quelques semaines plus tard avec son message jalousement gardé.
Calculer la distance du périple de Léon.

► **Notions abordées**
Coordonnées sur une sphère, trigonométrie.

► **Compétences sollicitées**
Représenter, modéliser, calculer.

Solution

Bordeaux et Wakkanaï sont situés à 45°N, sur le même parallèle. La différence de longitude entre les deux villes est égale à 143°.



On sait que $OC = OW = 6\,380$ km et $\widehat{BDW} = 143°$.

On cherche la longueur de l'arc $\overset{\frown}{WB}$.

Déterminons d'abord la longueur du rayon du cercle de centre D passant par B et W.

Dans le triangle DOW, rectangle en D, on peut utiliser les relations trigonométriques :

$\sin(\widehat{DOW}) = \frac{DW}{OW}$

$DW = 6\,380 \times \sin(45°)$

$DW = 3\,190\sqrt{2}$

La longueur d'un arc de cercle de rayon r est proportionnelle à l'angle au centre.

	Angle au centre	Longueur de l'arc
Tour complet	360°	$2 \times \pi \times r$
arc $\overset{\frown}{WB}$	143°	L

D'où $L = mes(\overset{\frown}{WB}) = 2 \times \pi \times 3\,190\sqrt{2} \times \frac{143}{360}$.

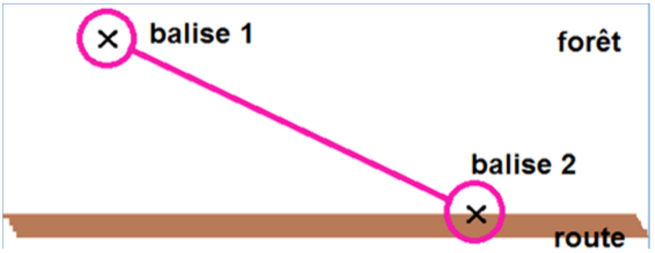
$L \simeq 11\,259$ km

Le périple de Léon le pigeon est d'environ 11 259 km.

Course d'orientation (Énigme 1 - sujet 2017)

Énoncé

Voici un extrait de la carte d'orientation de Sébastien :



Dans la forêt, il court à 9 km/h et sur la route, il court deux fois plus vite. Aide-le en dessinant le chemin le plus rapide entre la balise 1 et la balise 2. (Précision : 1 mm)

- **Notions abordées**
  Vitesse, optimisation, démarche d'investigation, trigonométrie.

- **Compétences sollicitées**
  Raisonner, calculer.

Solution

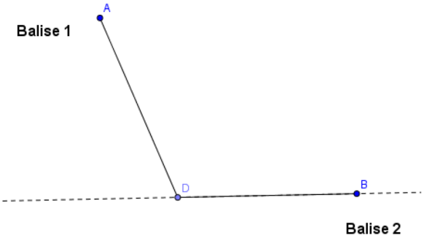
Dans la forêt il court la distance AD (en km) et la durée de son parcours (en h) est $t_1 = \frac{AD}{9}$.

Sur la route, il parcourt la distance DB en une durée $t_2 = \frac{DB}{18}$.

La durée du parcours est donc égale à : $t = t_1 + t_2 = \frac{1}{9}(AD + \frac{1}{2}DB)$.

Le chemin le plus rapide correspond au point D qui minimise $AD + \frac{1}{2}DB$.

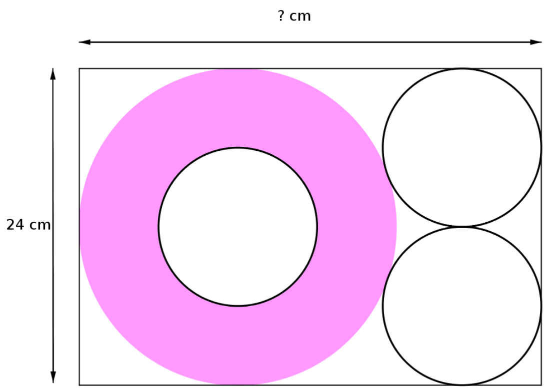
En effectuant plusieurs tracés, on peut trouver par dichotomie la position du point D au millimètre près.



Rouleaux de Printemps (Énigme 5 - sujet 2017)

Énoncé

Les 2 rouleaux de PQ vides et le plein sont tangents entre eux, ainsi qu'à la boîte rectangulaire de largeur 24 cm.
Quelle est sa longueur ?



► **Notions abordées**
Cercles tangents, théorème de Pythagore.

► **Compétences sollicitées**
Représenter, raisonner, calculer.

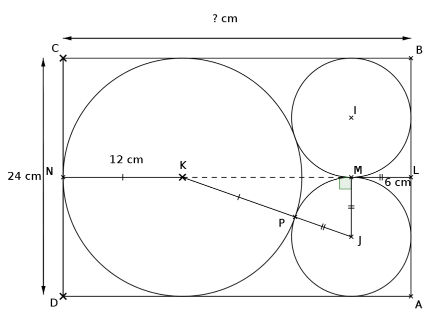
Solution

Pour déterminer la longueur BC, il suffit de trouver la longueur MK.

Le cercle de centre K est tangent en P au cercle de centre J, donc les points K, P et J sont alignés et KJ = 18 cm.

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle KJM, rectangle en M :

$MK = \sqrt{18^2 - 6^2}$
$MK = \sqrt{288}$
$MK = 12\sqrt{2}$



d'où la longueur de ce rectangle est égale à $18 + 12\sqrt{2}$ cm.