Mathématiques sans Frontières Junior

Une compétition vraiment internationale

Présentation

Mathématiques sans Frontières junior est une compétition entre **classes de CM2** et de **sixième** en **France** et de niveaux équivalents à l'**étranger**. Toutes les classes participent le même jour sur le même sujet, cependant les palmarès et remises des prix relèvent d'une organisation par secteur. En France, les inspections pédagogiques régionales des académies participantes se chargent d'organiser la compétition.

Née en 2004, elle fonctionne comme sa grande sœur « Mathématiques sans Frontières » qui s'adresse depuis près de 30 ans aux classes de troisième et seconde.

La participation n'a cessé d'augmenter et en 2018, 3 248 classes ont participé à Mathématiques sans Frontières Junior, permettant à environ 72 000 élèves de composer sur le même sujet, dans une trentaine de pays !

Une **équipe de professeurs des premier et second degrés** de l'académie de Strasbourg est chargée de la création des sujets : 9 exercices pour tous depuis la réforme des programmes, l'énoncé du premier exercice est donné en **allemand, anglais et arabe et les élèves doivent y répondre dans une de ces langues**. Chaque année, une épreuve d'entraînement est proposée aux participants pour préparer l'épreuve finale.

Épreuves, corrigés et rapports de jury sont consultables sur le site de la compétition. Pour permettre aux enseignants d'utiliser plus facilement les exercices, ils sont sélectionnables grâce à une **classification** par plusieurs entrées : les notions du programme, les domaines mathématiques, les stratégies mises en œuvre, etc.

La compétition s'adresse aux **classes entières** et ne demande qu'une réponse par classe et par exercice : cela favorise donc la participation de tous, l'esprit d'équipe, l'initiative des élèves. La difficulté graduée et les thèmes variés des exercices permettent à tous les élèves d'une même classe d'apporter leur contribution et chacun peut y trouver du plaisir selon ses goûts et ses compétences.

Une classe de CM2 et une classe de sixième peuvent choisir de s'associer pour concourir ensemble dans la catégorie jumelage favorisant une liaison inter-degrés vivante, effective et initiant des échanges de pratiques professionnelles constructifs et appliqués. Ce mode d'inscription est depuis quelques années très plébiscité : plus de la moitié des classes le choisissent !

Cette compétition permet de renforcer la liaison inter-degrés, d'ouvrir des frontières entre la France et les autres pays, entre les établissements, entre les mathématiques et les langues étrangères et entre les élèves d'une même classe !

Contacts

@ msfju@ac-strabourg.fr
maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/MSF_junior/SommaireJunior.htm

Notes pour la suite

Dans cette édition de Panoramath, nous proposons une série d'épreuves qui ont été réutilisées lors de défis ou sur des salons à destination du grand public : ces épreuves présentent la particularité d'être manipulables ou d'avoir une ergonomie ludique. Nous proposons une rubrique « conseils pour un défi » pour partager les astuces utilisées par les collègues lors de ces manifestations.

Dans les sujets d'origine, ces exercices sont souvent liés à l'annexe, volet détachable comportant des éléments à découper. Les élèves sont ainsi clairement invités à manipuler.

Un extrait du rapport de jury donnera une analyse des résultats obtenus lors du concours.

Lumi-cache (extrait de la finale 2015)

Énoncé

Pour l'éclairage de sa soirée d'anniversaire, Jules dispose de 4 dalles de spots de couleurs et de 4 caches qu'il peut tourner et retourner.

Les 4 dalles de spots :
(B pour bleu, J pour jaune, R pour rouge, V pour vert)

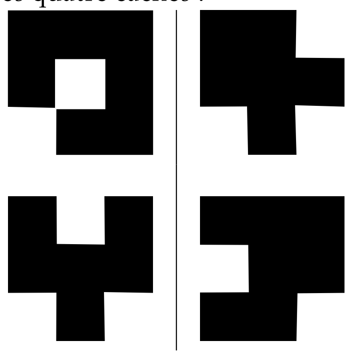
B	V	B
J	R	J
R	B	R

J	R	R
B	V	B
R	J	V

R	V	V
J	V	B
R	B	J

J	V	J
B	B	R
V	R	J

Les quatre caches :



Pour créer une ambiance, il veut que chaque dalle :

- ne diffuse qu'une seule couleur (vert, jaune, rouge ou bleu) ;
- ait une couleur différente des autres.

Colle un cache sur chaque dalle pour créer l'ambiance voulue par Jules.

Conseils pour un défi

Agrandir les pièces, les plastifier et les découper.

L'énoncé peut être découvert seul par le joueur capable de se représenter la situation. Des joueurs à partir de 4 ans peuvent également réussir l'épreuve à condition d'accompagner l'énoncé d'un exemple qui serait de placer un cache sur une dalle de manière à illustrer qu'on ne peut, sur cette proposition, voir qu'une seule couleur ; reste à conclure : « À ton tour, trouve le bon cache à placer sur la bonne dalle pour voir une seule couleur ». Il y a alors deux niveaux de jeu possibles : trouver une manière de voir juste une couleur sur une dalle ou trouver la solution complète pour avoir les 4 dalles comme le demande l'énoncé d'origine.

Solution

Il faut penser à retourner certains caches.

Analyse de l'épreuve lors du concours (extrait du rapport du jury)

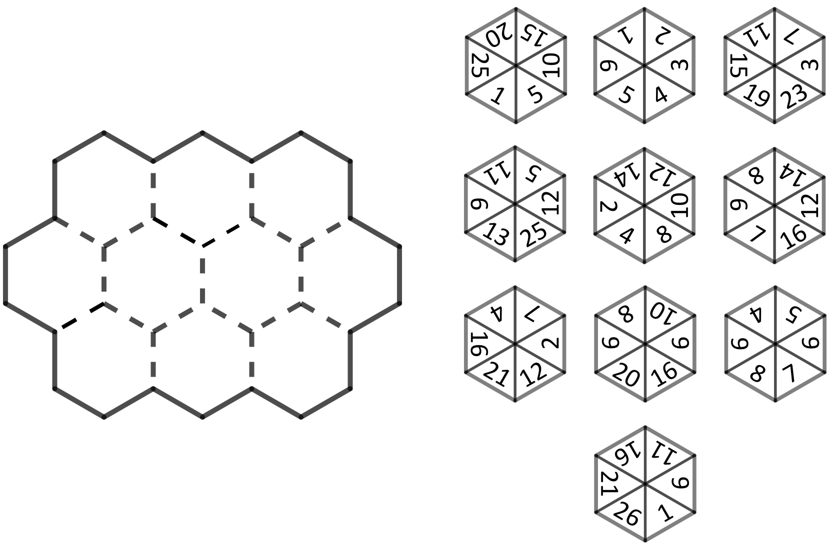
Cette épreuve avait pour objectif de permettre aux élèves de manipuler en géométrie, notamment en jouant sur des effets de symétrie et de positionnements relatifs des objets. La situation demandait des connaissances culturelles (une dalle de spot) et l'énoncé était typique de ceux mélangeant des informations de natures et de fonctions variées : texte intégrant des conditions qui s'appliquent sur l'illustration, images utiles ou non à la résolution, gestion des annexes. Si l'énoncé était attrayant, il comportait des particularités textuelles qui posent plus de difficultés dans les contextes d'éducation prioritaire, comme constaté lors des sessions précédentes.

A noter que le taux de « Non Réponse » est plus important au collège qu'à l'école. Est-ce un effet de contrat didactique pour une épreuve pas assez mathématique ou trop enfantine selon les représentations des collégiens ? Difficile de l'affirmer sans entretien d'explicitation.

À 12 ça colle (extrait de la finale 2016)

Énoncé

Léonore réalise un puzzle avec 10 pièces. La somme des nombres inscrits dans 2 triangles que l'on place l'un contre l'autre doit être égale à 12.
Colle, sur cette forme, les 10 pièces de son puzzle.

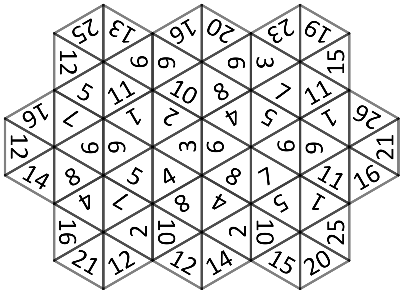


Conseils pour un défi

Agrandir les pièces, les plastifier et les découper. L'idéal étant de coller les pièces sur du carton plume pour épaissir et permettre une meilleure préhension des pièces.

La résolution demande un certain temps. Comprendre que les nombres supérieurs à 12 doivent se trouver « en extérieur » permet une nette avancée. Il peut être intéressant, pour relancer un joueur, de placer une pièce comportant de tels nombres à « l'intérieur » et de lui suggérer de poursuivre pour faire naître cette idée.

Solution



Analyse de l'épreuve lors du concours (extrait du rapport du jury)

Non-réponse : 7,67 %. Ce nombre reste en contradiction avec l'analyse a priori qui avait conduit à valider cet exercice et notamment l'aspect contraint, ludique et manipulatoire de la réponse. Aspect trop contraint ? Avec des contraintes géométriques et notamment de positionnement relatif ? Il semble que beaucoup de groupes aient abandonné la résolution ne réussissant que partiellement et ne rendant rien, ou encore ayant du mal à démarrer l'exercice en considérant que la présence de nombres supérieurs à 12 rendait l'exercice impossible. Un dommage collatéral de la propension des élèves français à préférer ne pas répondre plutôt que de se tromper.

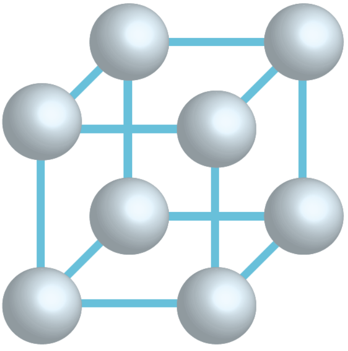
Un quart des réponses ne respectent les contraintes que pour une partie des triangles.

Quoiqu'il en soit, cette épreuve a été massivement réussie et participe à l'obtention d'une meilleure note finale. De quoi renforcer le sentiment de compétence des élèves en mathématiques et d'efficacité des outils.

Liaisons multiples (extrait de la finale 2015)

Énoncé

Pierre veut réaliser cette construction cubique. Il dispose de bâtonnets aimantés et de boules aimantées numérotées.
Un bâtonnet relie deux boules uniquement si l'un des nombres inscrits est multiple de l'autre.
Numérote le schéma de la construction de Pierre.



Conseils pour un défi

Agrandir le cube sur une feuille format A4 et le glisser dans une pochette transparente lisse (pochette de classeur « cristal »). Les essais peuvent alors se faire à l'aide d'un feutre ardoise.

Il peut être intéressant de faire apparaître les boules à côté du cube pour rappeler au joueur les nombres dont il dispose.

Solution

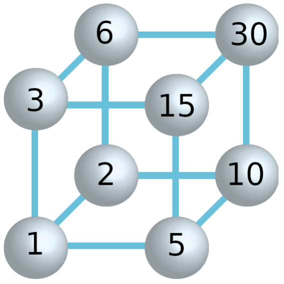
Il y a plusieurs solutions possibles...

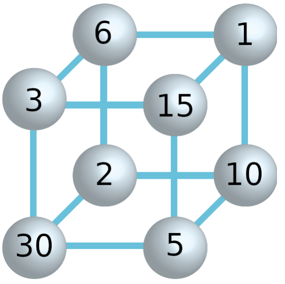
Pour répartir les nombres sur les sommets du cube, on peut grouper les nombres selon qu'ils sont multiples ou sous multiples les uns des autres ou non.

Il est également important de considérer que chaque nombre est lié à 3 autres.

Ainsi, on peut répartir les nombres pairs/impairs (2, 6, 10, 30 et 1,3, 5, 15).

Voici deux solutions :





Analyse de l'épreuve lors du concours (extrait du rapport du jury)

Cette épreuve a été réussie par plus de 70% des classes. Réussite à relativiser quand on observe le nombre de classes qui font au moins 2 erreurs de calcul (1 classe sur 6 en général, 1 sur 4 en REP) ou dont les réponses (1 classe sur 10, 1 sur 5 en REP) montrent notamment une mauvaise interprétation de la relation « multiple de » dans cette situation de transfert simple. Ainsi, pour ces réponses, a est multiple de $b \Rightarrow b = n \times a$.

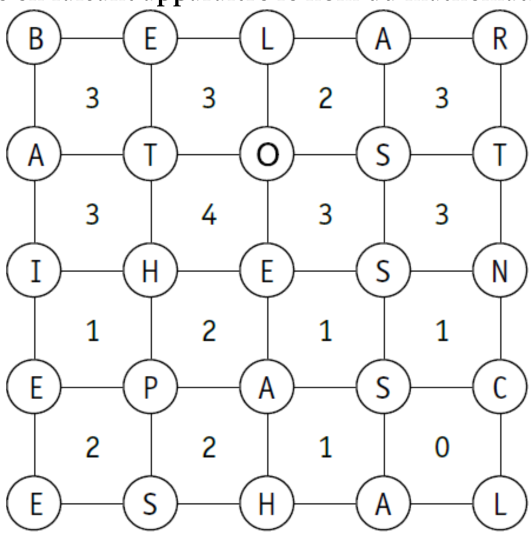
Ce modèle mathématique simple, faisant appel à la notion de multiple, notion assez bien maîtrisée en fin de cycle 3, explique probablement ces résultats. De plus, si l'habillage est géométrique, en 3D même, la présentation de la figure fait qu'elle s'apparente assez facilement à un jeu de grille. Ces types de jeux, depuis leur renouveau initié par le Sudoku, sont régulièrement utilisés à l'école mais aussi en dehors.

Cette épreuve est une situation classique de transfert de notions normalement assises à cet âge-là, avec un contrat didactique ludique et des contenus maîtrisés : une occasion de valoriser les réussites des élèves ! Pour aller plus loin, ce problème pourrait être un outil de repérage des difficultés à calculer ou transférer en mathématiques.

Le cœur a ses raisons... (extrait de la finale 2015)

Énoncé

Le nom d'un mathématicien célèbre se cache dans cette grille, mais il y a des lettres en trop.
Le nombre inscrit dans chaque case indique le nombre de lettres à noircir sur les sommets de cette case.
Colle la grille en faisant apparaître le nom du mathématicien.

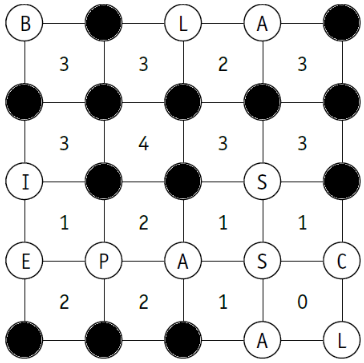


Conseils pour un défi

Agrandir la grille sur une feuille format A4 et la glisser dans une pochette transparente lisse (pochette de classeur « cristal »). Les essais peuvent alors se faire à l'aide d'un feutre ardoise.

Une astuce de jeu consisterait à entourer une lettre si on est certain qu'elle ne sera pas noircie. Il y a une relation binaire : « entourée / non entourée » : avoir une des deux informations permet de progresser.

Solution



Analyse de l'épreuve lors du concours (extrait du rapport du jury)

La grande majorité des classes est entrée dans le problème et s'est représenté la situation (75%) : trouver le nom d'un mathématicien grâce à la grille. Parmi elles, une classe sur 6 propose un nom sans rapport, ce qui, croisé avec les constats lors des observations, met en évidence deux difficultés :

— transformer la condition écrite (2e phrase de l'énoncé et grille à côté) en procédure pour identifier les cases à noircir ou non ;

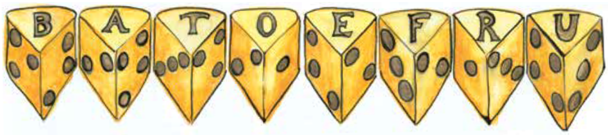
— mener la démarche à terme. En effet, des classes ont proposé des noms, souvent de mathématiciens, comme Thalès ou Ératosthène : les élèves finissaient par noircir des cases en identifiant les lettres qui composent le nom du mathématicien deviné.

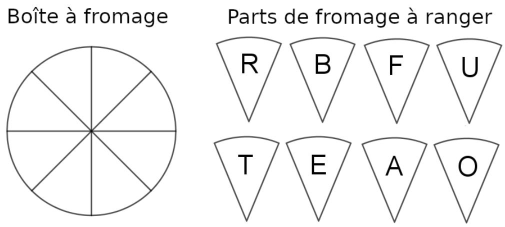
Pour ces démarches, la contrainte finale (langagière et culturelle) prenait le pas sur les procédures mathématiques dans la grille. Le profil des écoles REP, où les difficultés langagières sont plus fréquentes et les faits culturels moins maîtrisés, tend à confirmer l'importance du langage dans cet énoncé (le profil montre que seule la moitié des classes produit une réponse sensée, un tiers produit la réponse juste) ou de la culture dans la formulation de la réponse (une proportion double de classes sans nom de mathématicien formulé mais avec une grille juste).

Domino Fromage (extrait de la finale 2017)

Énoncé

Julie joue à un jeu proposé par son fromager.
Pour poser les parts dans la boîte, il faut que chaque trou d'une face touche un trou d'une autre face.
Colle les huit parts de fromage dans la boîte.





Conseils pour un défi

Agrandir les pièces, les plastifier et les découper. L'idéal étant de coller les pièces sur du carton plume pour épaissir et permettre une meilleure préhension des pièces.

Pour des élèves plus jeunes, il peut être intéressant de proposer d'imaginer le fromage avant sa découpe pour mettre en évidence la logique de correspondance des trous, la consigne devient alors « Place les parts pour reformer le fromage comme avant qu'il ne soit découpé ».

Solution

Beaufort.

Analyse de l'épreuve lors du concours (extrait du rapport du jury)

Cette épreuve dans le domaine de la géométrie a été massivement réussie, notamment du fait de la manipulation, de la validation intrinsèque par la nature de la réponse (un mot qui avait du sens et qui de plus est un fromage) et de la difficulté (certes légère en cycle 3) qui résidait principalement dans la gestion de la contrainte des trous en face des trous. Celle-ci a causé la grande majorité des erreurs (de 1 à 4 points obtenus) dans les classes où seule la quantité des points a été considérée, pas leur répartition.

Nom valide (extrait de la finale 2014)

Énoncé

Mathis vient de faire son meilleur score à un jeu vidéo et souhaite l'enregistrer. Il inscrit son prénom en fin de partie en faisant défiler l'alphabet sur la molette à l'aide de ces 4 touches :

 et  permettent de passer d'une lettre à l'autre.

 permet de valider le caractère choisi.
Après chaque validation, la molette revient à A.

 permet de valider le prénom.

Chaque fois que l'on appuie sur une touche, on entend un bip.
Combien de bips au minimum entendra Mathis pour enregistrer son prénom ?

Conseils pour un défi

Il est possible de fabriquer une molette en collant une bande de papier sur un couvercle de boîte à fromage et de mimer les déplacements possibles pour bien comprendre la situation. Il est cependant intéressant d'éloigner les joueurs de la manipulation pour travailler la capacité de représentation mentale : s'imaginer ce qui n'est pas sous ses yeux et opérer à des déplacements virtuels.

Solution

De A à M, 12 touches + Validation de la lettre : 13 bips.
De A à A, 0 touche + Validation de la lettre : 1 bip.
De A à T, 7 touches + Validation de la lettre : 8 bips.
De A à H, 7 touches + Validation de la lettre : 8 bips.
De A à I, 8 touches + Validation de la lettre : 9 bips.
De A à S, 8 touches + Validation de la lettre : 9 bips.
Touche verte de validation finale : 1 bip.
Mathis entendra au minimum 49 bips au total.

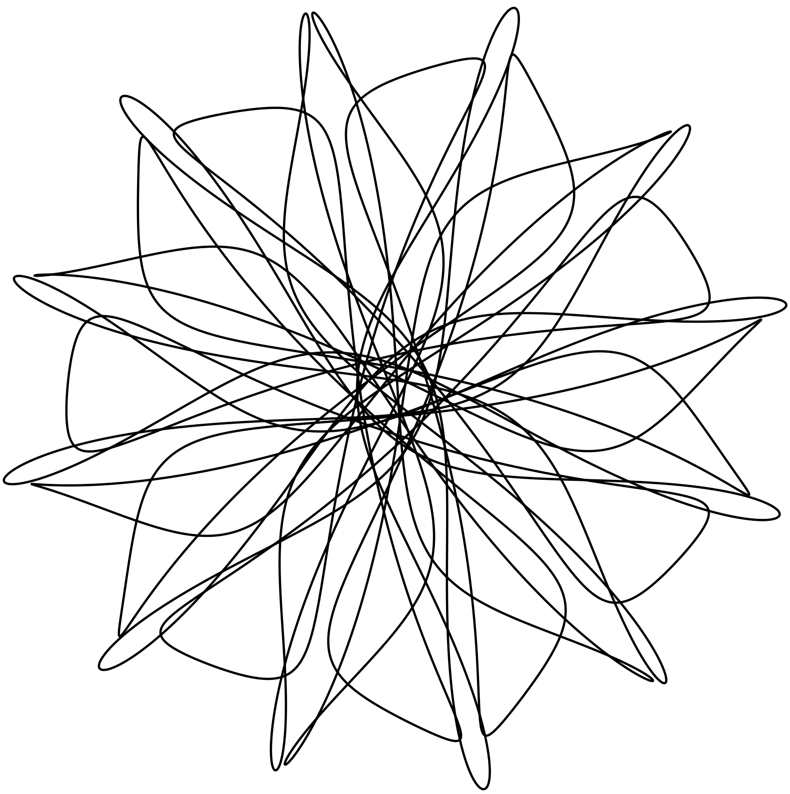
Analyse de l'épreuve lors du concours (extrait du rapport du jury)

Cet exercice a un profil trompeur, ce qu'a confirmé une analyse plus fine des productions et l'observation de la passation. Ainsi les réponses 71, 73 et 77 bips (donnant 1 ou 1,5 point), obtenues en utilisant des progressions uniquement en avançant ou en reculant, comptant le A ou oubliant la validation, montrent une bonne représentation de la situation et du problème, le nombre n'étant pas optimisé.

De plus, le très faible taux de « non-réponse » et le peu de réponse à 0 point montrent que cet exercice a été investi par une grande majorité des classes. Parmi les raisonnements faux, le plus fréquent utilisait la somme des rangs des lettres, sans tenir compte ni de la validation, ni du retour à A après la validation.

Parmi les démarches employées, là encore une grande variété s'est fait jour, notamment dans leur structuration, allant de l'utilisation de tableaux aux calculs, en passant par la schématisation de molettes ou les dessins des touches pour chacune des pressions, en correspondance ou non avec les lettres.

Cette épreuve a donc généré recherche et développement de procédures personnelles de résolution en cohérence avec une situation accessible : un objectif essentiel et pour les enseignants et pour les concepteurs de Mathématiques sans Frontières Junior !



$$\begin{cases} x(t) &= 100\cos(-18t+180) - 100\cos(13t+45) - 21\cos(43t-8) \\ y(t) &= 100\sin(-18t+180) - 100\sin(13t+45) - 21\sin(43t-8) \end{cases}$$