Championnat des Jeux Mathématiques et Logiques

Présentation

La Fédération Française des Jeux Mathématiques (FFJM) offre chaque année aux élèves, du cours élémentaire à l'Université, et aux adultes de tous âges, une compétition mathématique s'étalant sur une année : le Championnat des Jeux Mathématiques et Logiques.

Huit catégories, quatre phases successives pour ce que les journalistes n'ont pas hésiter à appeler « l'événement le plus astucieux de l'année », et qui a le mérite d'associer scolaires et adultes.

Dans les énigmes du championnat, les situations sont concrètes et l'humour est souvent présent. Sont exigés de la logique, de l'astuce, de l'intuition, de l'imagination, de la persévérance, le goût de la recherche, mais pas forcément de connaissances. Seul le résultat est pris en compte, encore qu'en cas de solution multiple, il faille donner le nombre exact de solutions.

Le Championnat voit chaque année la participation de concurrents issus de nombreux pays. Des structures relais organisent demi-finales, finales régionales ou nationales en Algérie, Belgique, Italie, Maroc, Moldavie, Niger, Pologne, Russie, Québec, Suisse, Tunisie, Ukraine.

Historique

Le premier Championnat a été lancé durant l'année scolaire 1986-1987, patronné par les revues Jeux & Stratégie et Science & Vie. La FFJM est l'un des artisans du renouveau de l'image des mathématiques auprès des élèves et du grand public.

Compétition

Les participants sont répartis en huit catégories :

CE : 2^{e} et 3^{e} année de l'école élémentaire ;

CM : 2 dernières années de l'école élémentaire ;

Cl : élèves de 6^{e} - 5^{e} ;

C2 : élèves de 4^{e} - 3^{e} ;

L1 : élèves de la 2^{nde} à la terminale ;

L2 : deux premières années du supérieur scientifique ;

GP : grand public (adultes) ;

HC : haute compétition.

Deux modes de participation aux quarts de finales sont possibles :

— par correspondance ou en ligne sur le site de la FFJM ;

— dans les établissements scolaires sous la conduite d'un enseignant.

Les quarts de finale ont lieu entre septembre et janvier, les demi-finales en mars durant la semaine des mathématiques, la finale internationale à la fin du mois d'août juste avant la rentrée scolaire.

Partenaires

Casio, Tangente

Contacts

FRANCE FFJM 🌐 www.ffjm.org

BELGIQUE FBJM 🌐 www.fbjm.be/

SUISSE FSJM 🌐 homepage.hispeed.ch/FSJM/

ITALIE ✉ Centro PRISTEM, Università Bocconi, Viale Isonzo 7, 20 100 Milano

NIGER ✉ ANJM, 13180, NIAMEY

QUÉBEC ✉ Département de Mathématiques et de Statistique, Université Laval, Québec G1K7P4

POLOGNE ✉ FPJM, H. Steinhaus Center, Politec. Wroclawska 50-370 Wroclaw

TUNISIE ✉ ATSM, 43, rue de la Liberté 219 Le Bardo

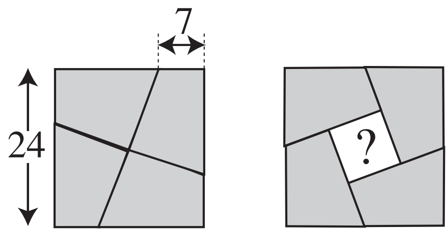
UKRAINE Union des Jeunes Mathématiciens, Vinnytsia

Le puzzle

Énoncé

Cette énigme a été proposée lors des finales régionales 2018 à tous les participants à partir de la classe de 4^e^.

Ce puzzle a été construit en divisant un carré de côté 24 cm par deux découpes perpendiculaires passant par le centre du carré.



On peut ensuite réassembler les quatre pièces du puzzle pour former un nouveau carré troué comme le montre la figure de droite.
Quelle est, en centimètres, la longueur du côté de ce nouveau carré ?
On arrondira, si besoin est, au centimètre le plus proche.

Commentaires

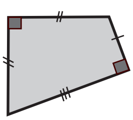
► **Domaines de compétences**

Les notions mathématiques mises en jeu dans ce problème sont :
- les propriétés du carré ;
- le calcul de l'aire d'un carré ;
- la notion de centre de symétrie ;
- le théorème de Pythagore.

Des prolongements sont possibles permettant d'effectuer des mises en équation.

► **Analyse de la tâche**

Une première tâche consiste à observer la forme des quatre pièces. De par leur mode de construction, celles-ci sont parfaitement superposables.



Chaque pièce du puzzle comprend, par construction, deux angles droits (opposés), un angle aigu, un angle obtus, un petit côté, deux côtés égaux moyens et un grand côté.

Dans le carré plein, chaque côté du carré est constitué par l'assemblage d'un petit côté (de 7 cm) et d'un grand côté (de 17 cm).

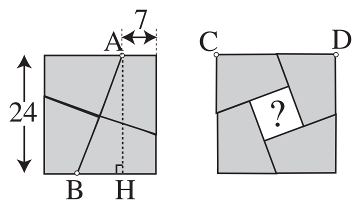
Dans le carré évidé, chaque côté du carré est constitué par l'assemblage de deux côtés moyens.

On peut ensuite résoudre le problème posé de deux façons : sans le théorème de Pythagore, ou en utilisant le théorème de Pythagore.

— sans le théorème de Pythagore :

Dans le carré évidé, le trou carré a pour côté la différence entre la longueur d'un grand côté et celle d'un petit côté d'une pièce du puzzle, soit $17 - 7 = 10$ cm. Son aire est donc égale à 100 cm^2 et l'aire totale du carré évidé est égale à celle du carré plein augmentée de 100 cm^2, soit $24^2 + 10^2 = 676$ cm^2. Or $676 = 26^2$, le côté du carré évidé mesure donc 26 cm.

— avec le théorème de Pythagore :



Comme nous l'avons noté, nous avons CD = AB.

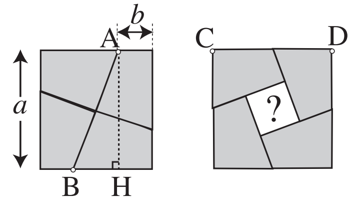
En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABH, nous avons :

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 24^2 + 10^2 = 676$$

d'où AB = CD = 26 cm.

► **Prolongement**

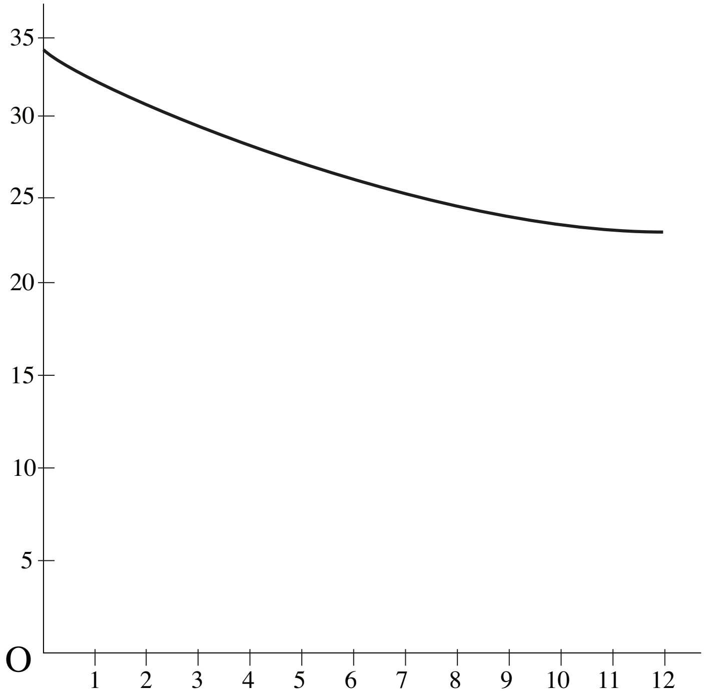
En se plaçant dans le cas général, ce puzzle peut donc servir à démontrer le théorème de Pythagore.



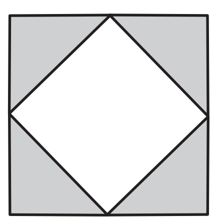
On suppose ici que $0 < b < \frac{a}{2}$.

Nous avons alors $CD = AB = \sqrt{a^2 + (a - 2b)^2}$.

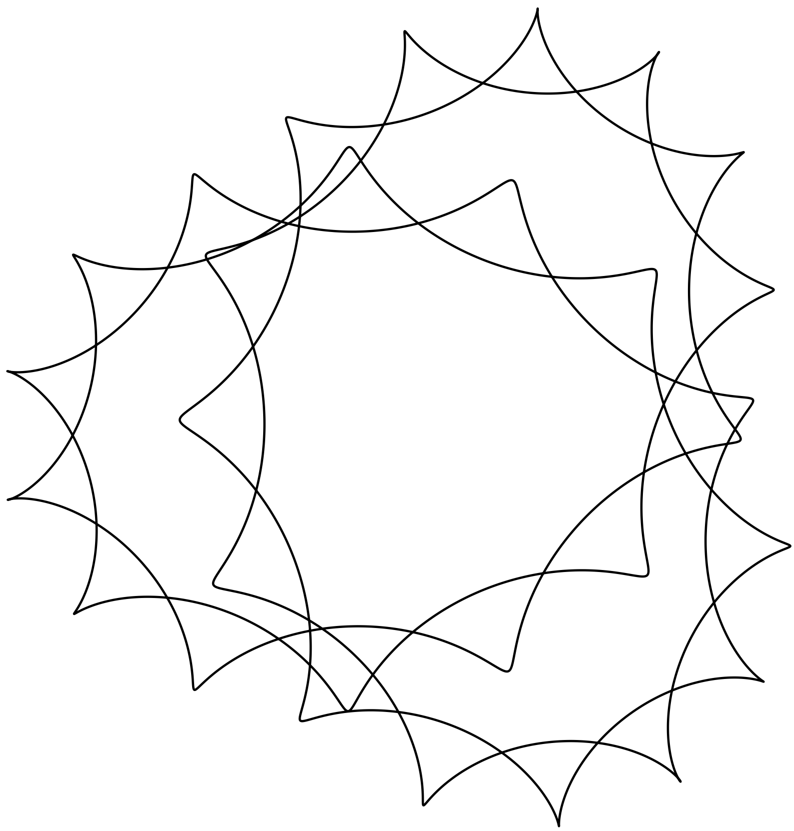
Pour $a = 24$, voici une représentation graphique de cette expression en fonction de b, pour b variant entre 0 et 12.



Pour $b = 12$, il n'y a plus de vide central et les deux carrés sont identiques.
Dans l'autre cas limite ($b = 0$), on obtient la figure suivante :



Le carré évidé a alors un côté mesurant $24\sqrt{2}$, soit environ 33,94 cm.



$$\begin{cases} x(t) &= 30\cos(-2t) - 100\cos(4t+107) - 14\cos(-25t-155) \\ y(t) &= 30\sin(-2t) - 100\sin(4t+107) - 14\sin(-25t-155) \end{cases}$$