

Deuxième Chasse au Trésor
des Amis des Jeux Mathématiques
Solutions des Énigmes

Étape 2 : la chasse parisienne

Novembre 2009

Table des matières

1 Les énigmes internet	1
2 Les quatre lieux	2
Le Palais de la Découverte : la salle des planètes	2
Le Palais de la Découverte : l'exposition Cosmos	6
L'institut d'Astrophysique de Paris	7
L'espace Tangente	8

1 Les énigmes internet

Rendez vous à Paris

bonpionlqrdsewlgwssλwbbarridncs
etvousrendredanslasalledesplanetes
cherchezledepartementdelastronomie
vousdevezvousrendreavenuefranklindelanooroosevelt

Solution Il fallait regarder le texte dans un miroir pour obtenir :

pour trouver des énigmes dans les journaux
et vous rendre dans la salle des planètes
cherchez le département de la astronomie
vous devez vous rendre avenue franklin delanoroosevelt

Pour lire les lignes 1 et 3, il suffisait de retourner la feuille (toujours devant le miroir) :

vous devez vous rendre Avenue Franklin Delano Roosevelt / Chercher le Département
de l'Astronomie / Et vous rendre dans la salle des planètes / Pour trouver des énigmes
sympathiques

En bref :

Vous devez vous rendre Avenue Franklin Delano Roosevelt / Chercher le Département de l'Astronomie / Et vous rendre dans la salle des planètes / Pour trouver des énigmes sympathiques.

Cette énigme désignait donc la salle des planètes du palais de la découverte.

Flânerie parisienne !

Je me trouvais près de l'église la plus républicaine de Paris. En suivant son architecte sur cent trente cinq mètres, j'aperçois vers le nord un établissement au nom bien plus royal. Je m'en éloigne à toutes jambes. Et quatre cent quatre mètres plus loin, je me dirige vers l'ouest. Négligeant des hommes au pas lent et décidé, je prends la Tangente. Plus au sud, il semble que je suis presque arrivé !

D'ailleurs, Il fait moins froid que je ne le pensais : $26,67^{\circ}\text{C}$. Enfin, c'était écrit en Anglais ! Juste la bonne température pour combattre le dragon !

Solution

L'église la plus républicaine de Paris : le panthéon ! Suivez son architecte, Soufflot, en suivant la rue qui porte son nom. Après 135 mètres vous apercevrez le lycée Louis le Grand au nord. Quatre cent mètres plus loin, contournez le Sénat et ses sénateurs, vous êtes sur le boulevard Saint Michel (qui combatit le dragon.) $26,67^{\circ}\text{C} = 80^{\circ}\text{F}$ arrêtez vous donc au numéro 80, à l'espace Tangente, le lieu cherché.

Il Aime Paris

$48^{\circ} 50' 4,59''$ N

$2^{\circ} 20' 7,61''$ E

Solution

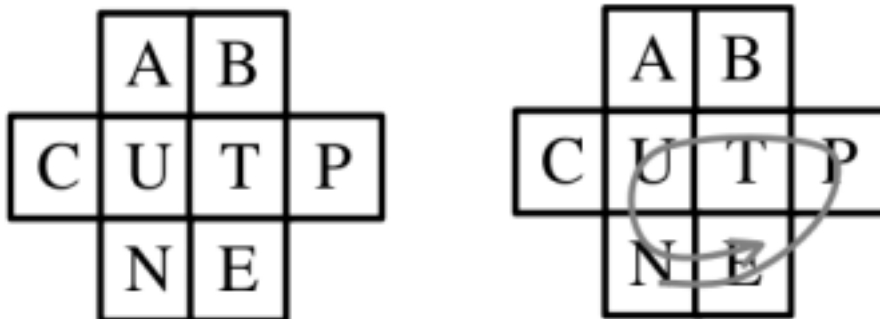
On donnait simplement la latitude et la longitude du lieu. Il s'agissait de l'Institut d'Astrophysique de Paris, l'IAP (comme l'indique les initiales du titre de l'énigme), situé au 98bis, boulevard Arago.

2 Les quatre lieux

Le Palais de la Découverte : la salle des planètes

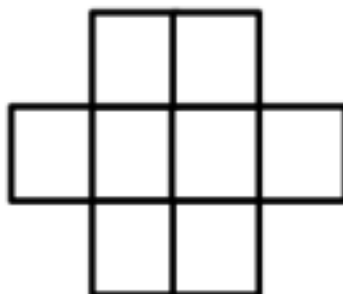
Les planètes mélangées

En plaçant une lettre dans chacune des huit cases de cette grille de la façon suivante, il est possible d'y lire le nom de Neptune :



Les lettres se suivent en passant d'une case à une case qui la touche horizontalement, verticalement ou en diagonal. Il est possible de repasser plusieurs fois par la même case.

Placez huit lettres dans cette grille de façon à ce qu'on puisse y lire un nom de planète ou plusieurs noms de planètes simultanément. (Les planètes sont les huit planètes principales du système solaire.)



Chaque planète de n lettres placée vous rapportera $10n$ points. (Par exemple, si vous placez Mercure (7 lettres) et Mars (5 lettres) vous gagnerez $70+50$ points.)

Sur votre bulletin réponse, notez à côté de la grille les noms des planètes que vous avez placées.

Solution

On pouvait obtenir jusqu'à 170 points en plaçant Mercure, Uranus et Mars :



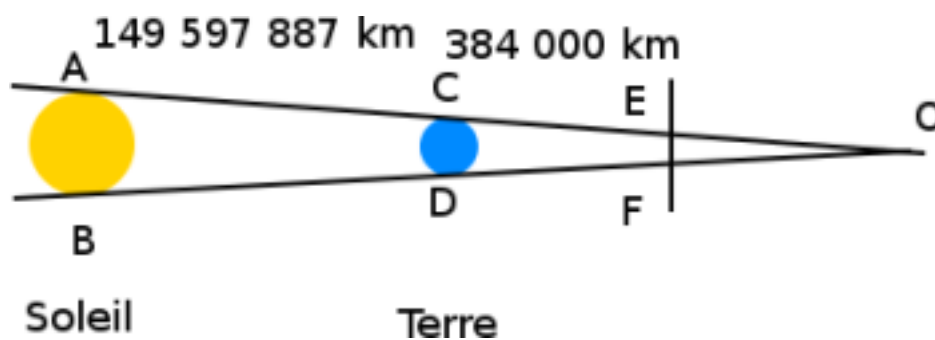
Les éclipses

Un jour, la lune, dont le diamètre mesure 3 475 kilomètres et qui tourne autour de la terre en 27 jours, 7 heures et 43 minutes, était parfaitement alignée avec la terre, dont le diamètre mesure 12 750 km, et le soleil, dont le diamètre mesure 1 392 000 km. La distance entre la terre et le soleil était alors de 149 597 887 km et celle de la terre à la lune de 384 000 km.

1. Combien de temps dure l'éclipse totale de la lune vue de la terre ?
2. Combien de temps dure l'éclipse totale de soleil vue de la lune ? (On demande bien le temps où l'éclipse est totale. Les phases de pénombre ou d'occultation partielle ne sont pas à prendre en compte dans le résultat.)

Solution

Traçons la figure :



Commençons par calculer la largeur de la bande d'ombre que va traverser la lune, c'est-à-dire la distance EF sur la figure. On considérera ce trajet comme une ligne droite. Si on tient compte du fait qu'il s'agit en fait d'un arc de cercle, le résultat final ne diffère que de quelques secondes, or tous les résultats à une minute près étaient acceptés le jour de la chasse au trésor.

Une première application du théorème de Thalès donne la longueur CO :

$$\frac{CO + AC}{CO} = \frac{AB}{CD}$$

D'où :

$$CO = \frac{AC}{\frac{AB}{CD} - 1}$$

On trouve $CO \approx 1382905,97\dots$

Le théorème de Thalès une seconde fois donne la distance EF :

$$\frac{EF}{CD} = \frac{EO}{CO} = \frac{CO - CE}{CO}$$

On en déduit $EF \approx 9209,63\dots$

Calculons maintenant la vitesse de la lune autour de la terre. Elle parcourt $2\pi \times 384000$ kilomètres en 27 jours 7 heures et 43 minutes, c'est-à-dire 655,7... heures. Cela correspond donc à une vitesse de 3679,6 kilomètres par heure.

Combien de temps l'éclipse totale de lune dure-t-elle de la terre? Ce temps est le temps que passe la lune dans l'ombre de la terre, c'est à dire le temps qu'il lui faut pour parcourir la distance EF moins son diamètre. C'est à dire :

$$\frac{EF - (\text{diamètre de la lune})}{\text{vitesse de la lune}} = \frac{9209,63 - 3475}{3679,6} \approx 1,56.$$

L'éclipse de lune dure donc 1,56 heures, c'est-à-dire environ 1 heure 34 minutes.

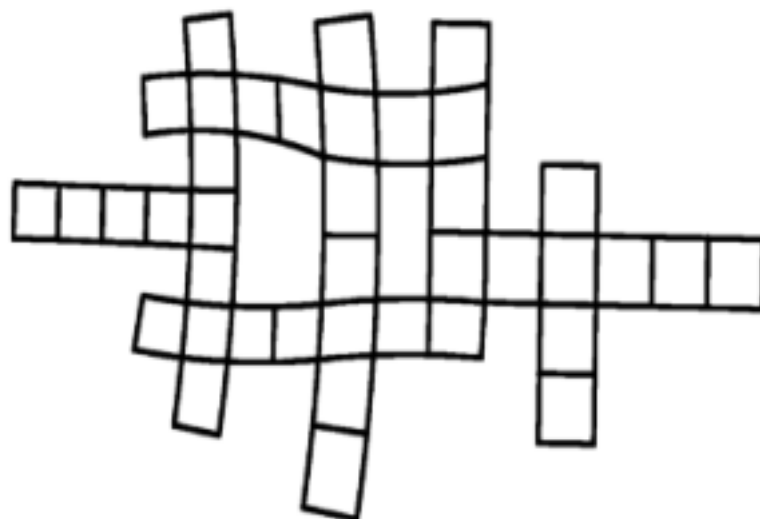
L'éclipse de soleil vue de la lune, c'est-à-dire vue d'un point de la lune, dure quand à elle le temps que met un point de la lune à traverser l'ombre de la terre, soit :

$$\frac{EF}{\text{vitesse de la lune}} = \frac{9209,63}{3679,6} \approx 2,5.$$

Cette éclipse de soleil dure donc environ 2 heures et 30 minutes.

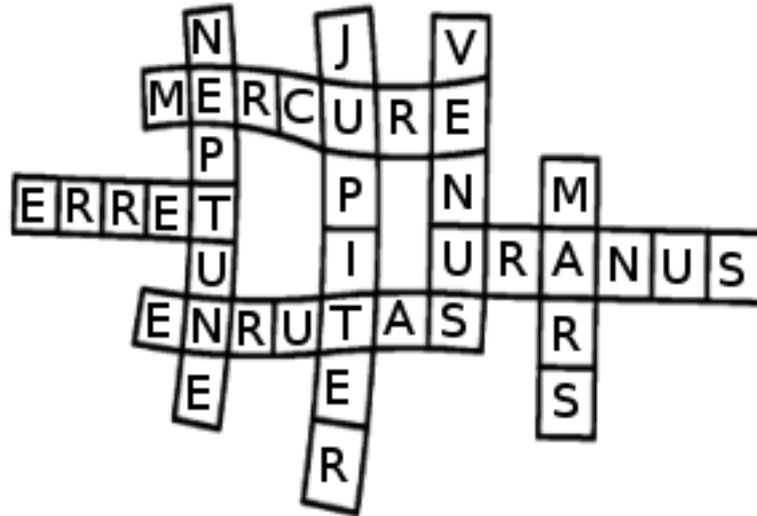
Les planètes croisées

Placez les huit planètes dans cette grille de mots croisés.



Solution

Attention, certaines planètes devaient se placer à l'envers :



Le Palais de la Découverte : l'exposition Cosmos

L'expansion de l'univers

En quelle année l'expansion de l'univers a-t-elle été mise en évidence ?

Solution

En 1929, par Edwin Hubble.

Les galaxies rouges

Pourquoi les galaxies lointaines paraissent-elles rouges ?

Solution

Le décalage vers le rouge des galaxies est dû à l'expansion de l'univers combiné à l'effet Doppler ou Doppler-Fizeau. Une onde (accoustique ou électromagnétique) émise par un objet qui s'éloigne se voit étirée et sa longueur d'onde augmente. Dans le cas de la lumière visible cet augmentation de la longueur d'onde correspond à un décalage vers le rouge, dans le cas des ondes accoustiques, c'est un décalage vers les graves. Au contraire, les ondes émises par un objet qui se rapproche se voient écrasées et leur longueur d'onde diminue. D'où un décalage vers le violet ou vers les aigus.

La vitesse de la voiture

En assistant à une compétition de vitesse, Mathilde, qui a l'oreille musicale, reconnaît que le son que fait le moteur d'une voiture quand elle s'approche d'elle est un do. En revanche, quand elle est passée et s'éloigne d'elle, la note est toujours un do, mais une octave en dessous.

Quelle est la vitesse de cette voiture en kilomètres par heures ?

Solution

Cette différence de son entendue par Mathilde est due à l'effet Doppler. Entre une note et la même note une octave en dessous, la fréquence est multipliée par 2. Pour que

celà soit le cas, il faut que le son s'éloigne deux fois plus vite à l'arrière de la voiture qu'à l'avant. Si on note v la vitesse de la voiture et v_s la vitesse du son, le son qui s'éloigne de la voiture par l'arrière s'en éloigne à la vitesse $v + v_s$. Et le son qui part vers l'avant s'en éloigne à la vitesse $v_s - v$. On a donc :

$$v_s + v = 2(v_s - v)$$

Soit $3v = v_s$.

La vitesse de la voiture est donc égale au tiers de la vitesse du son. Dans des conditions classiques, la vitesse du son est d'environ 340 mètres par secondes. La vitesse de la voiture est donc approximativement 113 mètres par secondes ou 408 km/h.

L'institut d'Astrophysique de Paris

Le fond diffus cosmologique

De quand date le fond diffus cosmologique? Quelle était sa température à l'origine? Actuellement?

Solution

Le fond diffus cosmologique ou rayonnement fossile a été émis 380000 ans après le big-bang, sa température était alors d'environ 3000 Kelvins. Aujourd'hui elle est de 2,726 Kelvins (3K était accepté comme réponse).

La différence de température

Quelle est la raison de cette différence de température?

Solution

Cette différence de température est due à l'expansion de l'univers, qui « dilue » l'énergie et fait donc baisser la température.

L'aéronef

Un aéronef en vol stationnaire observe l'étoile polaire à son exacte verticale. Soudain, il accélère, puis avoir parcouru une faible distance, atteint sa vitesse maximale. Grâce à ses instruments de mesures très précis, il observe maintenant l'étoile polaire décalée de 8 secondes d'angle vers l'avant. Quelle est sa vitesse (en km/h, arrondie à l'unité la plus proche)? Comment appelle-t-on le phénomène mis en jeu?

Solution

Il s'agit du phénomène d'aberration de la lumière, découverte par Bradley en 1725. La lumière tombe verticalement sur l'aéronef mais du fait de sa vitesse et de la vitesse de la lumière, la lumière semble arriver avec un certain angle. C'est par le même principe que lorsqu'on court sous une pluie verticale, celle-ci nous arrive en biais et mouille le bas de nos jambes même si on a un parapluie.

La tangente de l'angle d'arrivée de la lumière est égale au rapport de la vitesse de l'aéronef et de la vitesse de la lumière. Donc :

$$V = c \tan(8'') = 299792,458 \tan(8'') \approx 11,63 \text{ km/s}$$

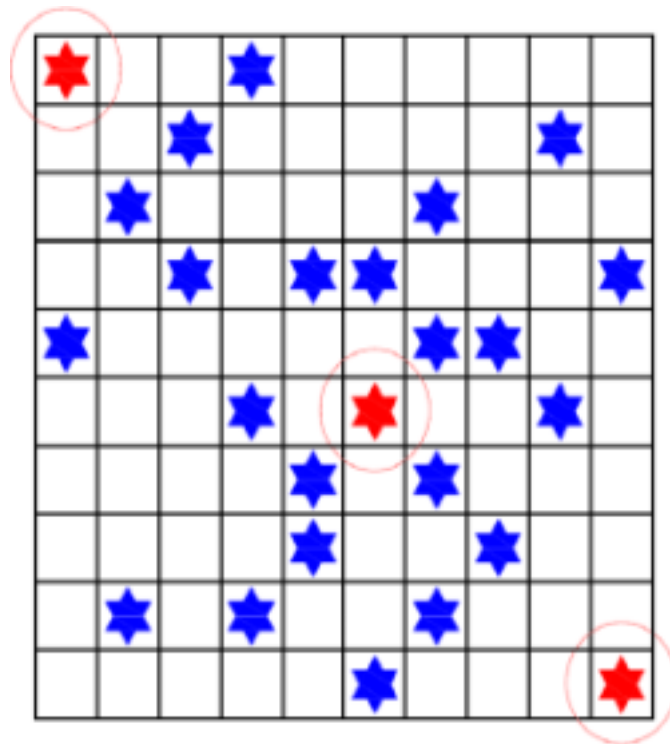
Ce qui donne 41859 km/h. (Le résultat que l'on obtient en approximant la vitesse de la lumière à 300000 km/s était également accepté.)

L'espace Tangente

Les virages

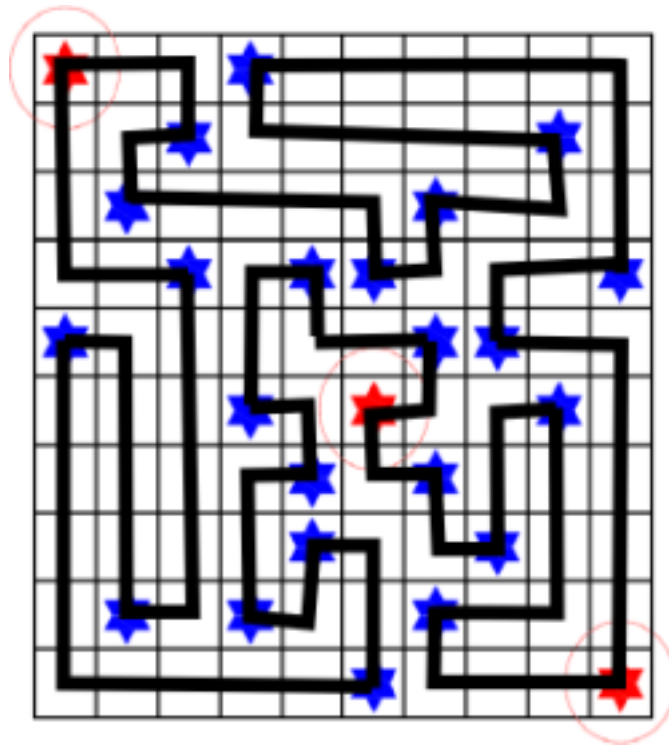
Tracer un circuit formant une boucle fermée, qui passe par toutes les cases de la grille et qui ne se croise jamais, sachant que :

- Chaque fois que le circuit rencontre une étoile, on change de direction (à 90°) ;
- Entre deux étoiles, on change également de direction (On ne peut pas se rendre directement en ligne droite d'une étoile à l'autre).



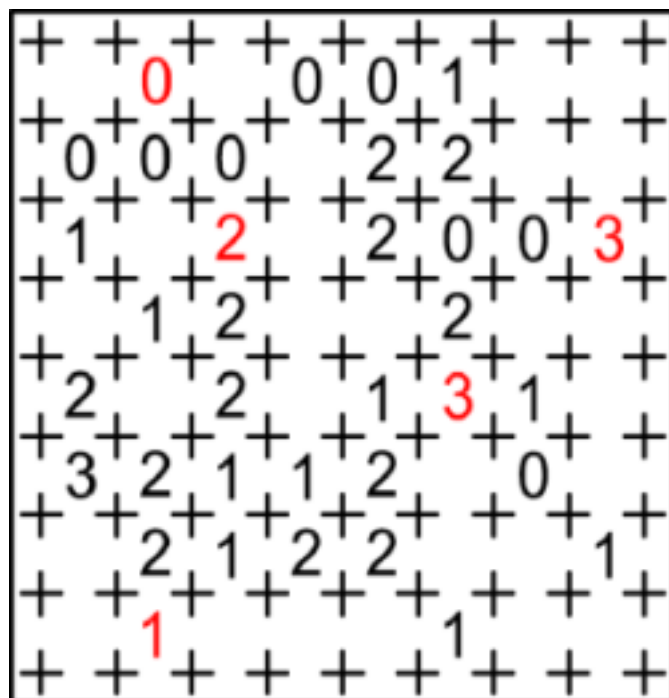
Solution

Il n'y a qu'une solution :



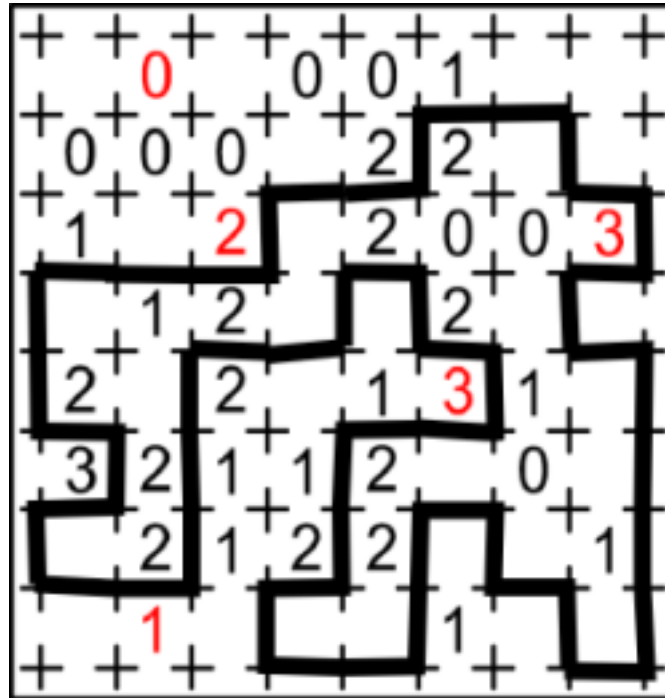
La clôture

Retrouver l'emplacement de la clôture. Elle est composée de segments horizontaux ou verticaux joignant deux points de la grille et formant une boucle fermée qui ne se croise pas. Les indices situés dans les cases donnent le nombre de segments de clôture entourant ces cases.



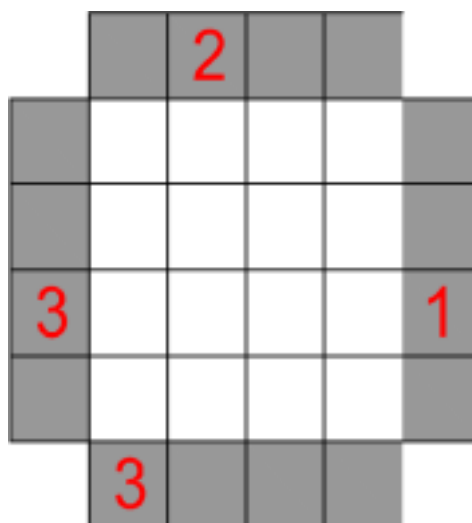
Solution

Il n'y a qu'une solution :



Les astronefs

Un astroport est représenté sur une grille. Chaque case contient un astronef de taille différente (10 m, 20 m, 30 m ou 40 m). Les astronefs d'une même rangée, ligne ou colonne, sont tous de tailles différentes. Les informations données sur les cases grisées indique le nombre d'astronefs visibles sur la rangée correspondante pour un observateur situé à cet endroit.



Solution

Il n'y a qu'une solution :

		2			
	40	20	30	10	
	30	40	10	20	
3	10	30	20	40	1
	20	10	40	30	
	3				