

Jeu-Concours  
Mes Mathématiques sur une Étagère  
Solutions des Énigmes

Avril-Mai 2010

## Table des matières

Cochon pendu . . . . .	2
Le théorème des quatre couleurs . . . . .	2
Un vieux problème de grand âge . . . . .	2
Les bons comptes font les bons navets . . . . .	2
Zone à la corde . . . . .	3
Après-le-Ski . . . . .	3
Quelle est la profondeur du puits ? . . . . .	4
Hexagones hexagonaux . . . . .	4
Le rapt extraterrestre . . . . .	4
Le jeu de la vie . . . . .	5
L'énigme inversée . . . . .	5
Mystères de l'arithmétique . . . . .	6
Quel jour sommes-nous ? . . . . .	6
Leonhard . . . . .	6
La conjecture de Goldbach . . . . .	6
Le tétraèdre . . . . .	7
Les carrés de McMahon . . . . .	7
Ça peut s'faire . . . . .	7
La course des deux chevaux . . . . .	8

### **Cochon pendu**

Le fermier Dupurin possède un champ en forme de triangle équilatéral parfait de 100m de côté. Il attache son cochon primé, Pégase, à l'un des coins, de sorte qu'il puisse s'ébattre sur la moitié exactement de la surface du champ.

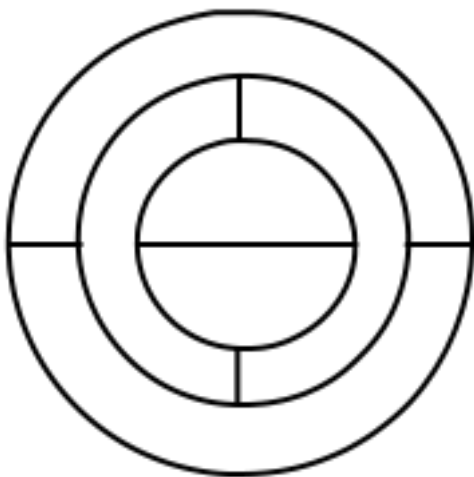
Quelle est la longueur de la corde ? (On donnera le résultat en mètres arrondi à l'unité la plus proche.)

*Solution*

La corde mesure 64 mètres.

### **Le théorème des quatre couleurs**

De combien de façons différentes peut-on colorier la carte suivante en bleu, rouge, jaune et vert de telle façon que deux régions qui ont une frontière commune ne soient jamais de la même couleur ?



*Solution*

Il y a 48 façons différentes de colorier la carte.

### **Un vieux problème de grand âge**

L'empereur Scrumptius est né en 35 av. J.-C., et il est mort le jour de son anniversaire en 35 ap. J.-C.

Quel âge avait-il ?

*Solution*

Il avait 69 ans. (Il n'y a pas d'an 0)

### **Les bons comptes font les bons navets**

- L'année a été bonne pour les navets, fit observer le fermier Dupurin à son voisin Dupré.

- Pour ça oui, répondit l'autre. Combien qu't'en as ramassés ?

- Je n'sais plus au juste. Tout ce que j'puis dire, c'est que quand je les ai eu emportés au marché, au bout d'une heure, j'en avais vendu les six septièmes, plus un septième de navet.

- Ça n'a point dû être simple à couper, c't'affaire-là...

- Mais non, j'n'en ai point coupé, j'en ai vendu un nombre tout rond.

- Si tu l'dis... et après ?

- Après, dans la seconde heure, j'avais vendu les six septièmes de ce qui m'restait, plus un septième de navet. Et puis dans la troisième heure, j'avais encore vendu les six septièmes du restant de mes navets, plus un septième de navet. Et pour finir, dans la quatrième heure, j'avais encore vendu les six septièmes de mon reste de navets, et un septième de navet. Alors, je m'suis rentré.

- Pourquoi ?

- Dame, parce que j'avais tout vendu !

Combien de navets Dupurin avait-il emporté au marché ?

*Solution*

Dupurin avait emporté 400 navets.

### **Zone à la corde**

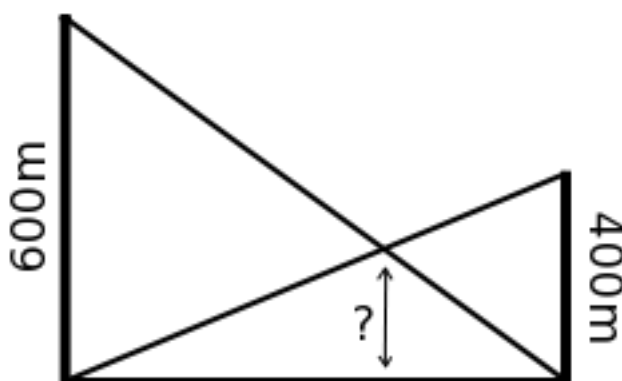
On place 8 points sur un cercle et on trace toutes les cordes reliant deux de ces points. Combien de zones différentes sont ainsi définies à l'intérieur du cercle, au maximum ?

*Solution*

Il y a 99 zones au maximum.

### **Après-le-Ski**

Dans les Alpes, le village peu connu d'Après-le-Ski est situé au creux d'une vallée profonde surplombée de parois verticales. D'un côté, la paroi a 600m de haut, et de l'autre 400m. Du pied de chacune part un téléphérique qui monte jusqu'au sommet de celle d'en face. Les câbles sont parfaitement tendus.



À quelle hauteur par rapport au sol se croisent-ils ?

*Solution*

Ils se croisent à 240 mètres au-dessus du sol.

### Quelle est la profondeur du puits ?

Après avoir lâché un objet dans un puits médiéval dont ils veulent mesurer la profondeur, des archéologues chronomètrent sa chute. Le son de l'objet heurtant le fond du puits se fait entendre 6 secondes après qu'il a été lâché.

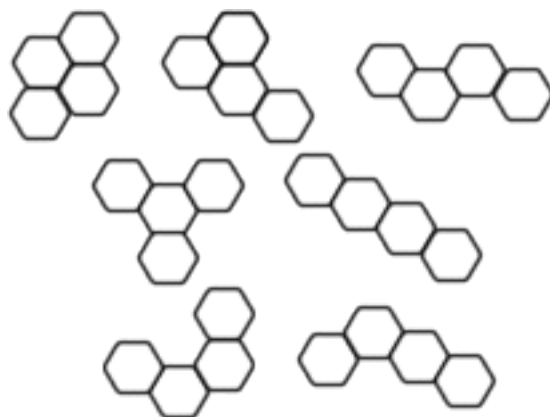
Quelle est la profondeur du puits ? (Vous donnerez le résultat en mètres arrondi à l'unité la plus proche.)

*Solution*

Selon la vitesse du son prise en compte toutes les réponses de 148 à 156 mètres étaient acceptées.

### Hexagones hexagonaux

Avec quatre briques hexagonales, on peut fabriquer 7 pierres différentes :



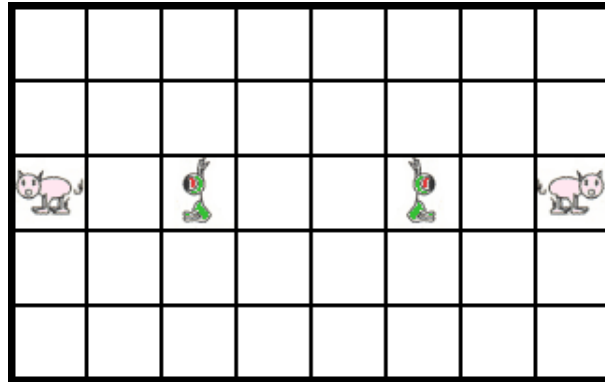
Combien de pierres différentes peut-on fabriquer avec cinq briques hexagonales ?

*Solution*

On peut en fabriquer 22.

### Le rapt extraterrestre

Au premier tour, le joueur qui manœuvre les extraterrestres choisit un extraterrestre et le déplace d'une case horizontalement ou verticalement. C'est ensuite le tour du joueur qui manœuvre les cochons, et ainsi de suite. Lorsque un extraterrestre arrive sur la même case qu'un cochon, il le prend et les deux sont retirés du jeu. Le joueur qui manœuvre les extraterrestres a gagné lorsqu'il a pris les deux cochons.

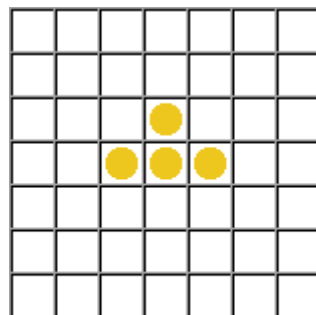


En combien de coups, au minimum, si l'autre joueur joue au mieux, est-il sûr de gagner ? Expliquez votre stratégie. Si vous pensez qu'ils ne peuvent pas gagner, prouvez-le !

*Solution*

Il est possible pour les extraterrestres d'attraper un cochon mais ils n'auront jamais le second. En effet, si on colorie les cases en noir et blanc comme les cases d'un échiquier, on remarque que le cochon qui reste se trouve toujours sur une case de la même couleur que l'extraterrestre après avoir joué. Ainsi l'extraterrestre ne peut pas l'attraper car d'une case on ne peut qu'aller sur une case de couleur différente.

**Le jeu de la vie**



**Position 0**

À ce jeu, on part de la position 0 ci-dessus, puis, À chaque étape, les pions n'ayant aucun ou un seul voisin (sur les trois, cinq ou huit cases adjacentes) meurent de solitude, les pions ayant au moins quatre voisins meurent d'étouffement et les cases vides ayant exactement trois pions sur leurs cases voisines voient naître un pion. L'évolution se fait simultanément sur tout le jeu à chaque étape.

Quelle sera la position 2010 ?

*Solution*

En 2010, il n'y aura plus aucun pion sur la grille.

**L'énigme inversée**

Inventez une énigme dont la réponse est égale à 2718. Le jury jugera la beauté et l'originalité de l'énigme.

*Solution*

Une sélection des énigmes préférées du jury sera publiée en même temps que les résultats.

### **Mystères de l'arithmétique**

Henri a écrit sur son cahier d'exercice l'opération suivante :

$$\frac{1}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{18}{45}$$

Et le résultat est juste ! Combien existe-t-il de quadruplets de chiffres non nuls (a, b, c, d) tels que l'égalité suivante soit exacte ?

*Solution*

Il y a 95 quadruplets qui vérifient cette égalité.

### **Quel jour sommes-nous ?**

Hier, papa n'arrivait plus à savoir quel jour nous étions.

- Dès que je suis en vacances, je me mélange dans les jours de la semaine...

- Aujourd'hui, c'est vendredi ! dit Danny.

- Mais non, samedi ! protesta sa jumelle Delia.

Maman intervint, tentant de calmer le jeu :

- Alors quel jour serons-nous demain ?

- Lundi, dit Delia.

- Mardi ! contre-attaqua Danny.

- Nom d'un pipe... Bon, et hier, quel jour était-ce ?

- Mercredi ! s'écria Danny.

- Jeudi ! claironna Delia.

- Grrrr... grogna maman. Chacun de vous a donné une bonne réponse et deux fausses.

Alors, quel jour sommes-nous ?

*Solution*

Nous sommes samedi.

### **Leonhard**

Completez la phrase suivante par trois mots :

Gamma, concept naturel du à Euler, nombre limite réel, constante harmonique...

*Solution*

Le nombre de lettre des mots de cette phrases indiquent les décimales de la constante d'Euler :  $\gamma = 0,57721566490153\dots$ . On pouvait par exemple continuer par « l'ordre pur », « ô suite sue », « ô Euler roi », ou encore « ô série nue »...

### La conjecture de Goldbach

La conjecture de Goldbach affirme que tout nombre pair est la somme de deux nombres premiers. Par exemple, 14 peut se décomposer en somme de deux nombres premiers de deux façons différentes :  $14=11+3$  ou  $14=7+7$ .

Quel est le plus petit nombre pair qui peut être décomposé en la somme de deux nombres premiers de 5 façons différentes ?

*Solution*

Il s'agit de 48.

$$48 = 5 + 43 = 7 + 41 = 11 + 37 = 17 + 31 = 19 + 29$$

### Le tétraèdre

Quel est le volume d'un tétraèdre régulier de côté 10 centimètres ? (Vous donnerez le résultat en centimètres cube arrondi à l'unité la plus proche.)

*Solution*

Son volume est de  $118\text{cm}^3$ .

### Les carrés de McMahan

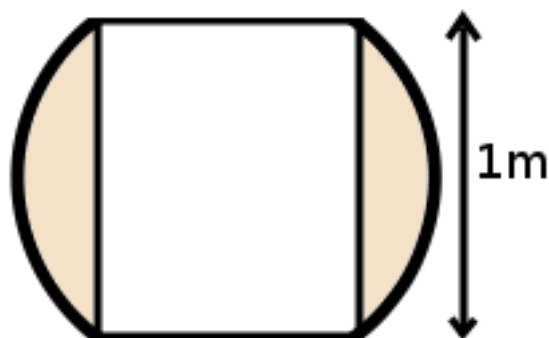
Soit un carré découpé en quatre régions par ses diagonales. Combien de façons existe-t-il de colorier ces régions en rouge, bleu et vert ? (Les rotations ou réflexions seront considérées comme un même coloriage. Toutes les couleurs ne sont pas forcément utilisées.)

*Solution*

Il y en a 21.

### Ça peut s'faire

« La pièce dont il s'agit est une sphère en cuivre massif, dont le centre est évidé en forme de cylindre », dit Pierre A. Fusy, le directeur technique. Il cliqua et un plan apparut sur l'écran de son ordinateur portable.



« C'est clair déclara Jérémie Lecouvert, le contremaître. Ça fait une sacré quantité de cuivre !

Justement, c'est la question que je comptais vous soumettre : pour couler cette pièce, quel volume de cuivre nous faut-il ? »

Donnez le résultat en litres arrondi à l'unité la plus proche.

*Solution*

La réponse ne dépend pas du rayon de la sphère initiale : 524 litres.

### **La course des deux chevaux**

On peut obtenir n'importe quel nombre entier en multipliant entre eux des nombres premiers. Si cette décomposition nécessite un nombre pair de nombres premiers, le nombre obtenu est dit de type pair. Si elle en nécessite un nombre impair, il est alors dit de type impair. Par exemple,  $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$  utilise 6 nombres premiers et est donc de type pair. Par convention, 1 est de type pair.

Deux juments, Impaire et Paire font une course. Elles partent du même point et on compte : 1, 2, 3... À chaque étape, si le nombre est de type impair, Impaire avance d'un cran et s'il est de type pair, c'est Paire qui avance d'un cran. Ainsi :

- Au premier coup, Paire est en tête. (car 1 est de type pair)
- Au deuxième coup, Impaire et Paire sont au coude-à-coude. (car 2 est de type impair)
- Au troisième coup, Impaire est en tête.
- Au quatrième coup, Impaire et Paire sont au coude-à-coude.

À quel coup Paire sera-t-elle en tête pour la prochaine fois ?

*Solution*

Paire prend la tête pour la première fois au  $906\ 150\ 257^e$  coup !